

[4]

(c) उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी जनक रेखा

$x/1 = y/2 = z/3$ के समान्तर है तथा जो वक्र

$x^2 + y^2 = 16, z = 0$ से गुजरता है।

Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to the line $x/1 = y/2 = z/3$ and passes through the curve $x^2 + y^2 = 16, z = 0$.

इकाई-5/Unit-5

प्र.5. (a) अतिपरवलयज $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{16} = 1$ के बिन्दु (2,3,-4) से

जाने वाले जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of generating lines of the hyperboloid

$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{16} = 1$, which passes through the point

(2,3,-4).

(b) निम्न समीकरण का समानयन प्रमाणिक रूप में कीजिए—

Reduce the following equation to the standard form

$$2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8zx - 10xy + 6x + 12y - 6z + 5 = 0$$

(c) परवलयज $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^2 = z$ के बिन्दु (4,3,5) पर अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the normal at the point (4,3,5) on the

surface $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^2 = z$.

[1]

ROLL NO.....

BA1BSM1-03/21

ANNUAL EXAMINATION, 2021

B.Sc./B.A.-I

MATHEMATICS

PAPER-III

VECTOR ANALYSIS AND GEOMETRY

TIME: 3 HOURS

Maximum: 50

Minimum: 17

नोट:- प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल करो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: Solve any two parts from each question. All question carry equal marks.

इकाई-1/Unit-1

प्र.1. (a) यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ तीन सदिश हो तो सिद्ध कीजिये कि

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{c} \times \vec{a}) = [\vec{a} \vec{b} \vec{c}]^2$$

If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ are three vector, then prove that

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{c} \times \vec{a}) = [\vec{a} \vec{b} \vec{c}]^2$$

(b) यदि $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, तो दर्शाइए कि $\nabla \vec{r} = \hat{r}$

If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, then show that $\nabla \vec{r} = \hat{r}$

(c) यदि $f = x^2y + 2xyz + z^2$ तो दर्शाइए कि $\text{curl grad } f = 0$

If $f = x^2y + 2xyz + z^2$ then show that $\text{curl grad } f = 0$

[2]

इकाई-2/Unit-2

- प्र.2. (a) यदि $\vec{a} = 2t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} + t\hat{j} + \hat{k}$ तब $\int_0^2 \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) dt$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a} = 2t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and

$\vec{c} = 3\hat{i} + t\hat{j} + \hat{k}$ then find the value of $\int_0^2 \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) dt$

- (b) मूल्यांकन कीजिए, $\iint_S (x\hat{i} + y\hat{j} + z^2\hat{k}) \cdot \hat{n} ds$, जहाँ S , शंकु $x^2 + y^2 = z^2$ और समतल $z = 1$ से परिबद्ध संवृत पृष्ठ है।

Evaluate $\iint_S (x\hat{i} + y\hat{j} + z^2\hat{k}) \cdot \hat{n} ds$, where S is closed surface bounded by cone $x^2 + y^2 = z^2$ and plane $z = 1$.

- (c) $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ का मूल्यांकन कीजिए, $\vec{F} = (x^2 - y^2)\hat{i} + xy\hat{j}$ वक c, xy -समतल $y = x^3$ का $(0,0)$ से $(2,8)$ तक चाप है।

Evaluate $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, where $\vec{F} = (x^2 - y^2)\hat{i} + xy\hat{j}$ and c is the arc of the curve $y = x^3$ from $(0,0)$ to $(2,8)$ in the xy -plane.

इकाई-3/Unit-3

- प्र.3. (a) शांकव $8x^2 - 4xy + 5y^2 - 16x - 14y + 17 = 0$ का अनुरेखन कीजिए।

Trace the conic $8x^2 - 4xy + 5y^2 - 16x - 14y + 17 = 0$

[3]

- (b) दर्शाइए कि समीकरण $l/r = 1 + e \cos \theta$ तथा $e/r = -1 + e \cos \theta$ एक ही शांकव को निरूपित करता है।

Show that equation $l/r = 1 + e \cos \theta$ and

$e/r = -1 + e \cos \theta$ represent the same conic.

- (c) सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के बिन्दु से खींचे गए अतिपरवलय का समीकरण जिसका उत्केन्द्र कोण ' α ' है और जो दीर्घवृत्त से संनाभि है $\frac{x^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{y^2}{\sin^2 \alpha} = a^2 - b^2$ है।

Prove that the equation to the hyperbola drawn through point on the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, whose eccentric angle is

confocal with the ellipse is $\frac{x^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{y^2}{\sin^2 \alpha} = a^2 - b^2$.

इकाई-4/Unit-4

- प्र.4. (a) गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(0,0,0)$, $(0,1,-1)$, $(-1,2,0)$ और $(1,2,3)$ से होकर जाता है।

Find the equation of sphere which passes through the points $(0,0,0)$, $(0,1,-1)$, $(-1,2,0)$ and $(1,2,3)$.

- (b) सिद्ध कीजिए कि समतल $ax + by + cz = 0$, शंकु $yz + zx + xy = 0$ को दो लंबरूप रेखाओं में प्रतिच्छेद करता है यदि $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$.

Show that the plane $ax + by + cz = 0$ cuts the cone

$yz + zx + xy = 0$ in two perpendicular lines if

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$$